

چگونه مساله را حل کنیم

به نام خدا

سلام خدمت دوستای عزیزم.

امسال تصمیم داریم که با هم ریاضی سال هفتم رو قدم به قدم یاد بگیریم، امیدوارم بتونیم در کنار هم یه سال تحصیلی موفق داشته باشیم 😊.

اولین مطلبی که امسال میخوانیم یاد بگیریم روشهای حل مساله‌س. حل مساله مثل فیلی از بخشهای ریاضی نیاز به تکرار و تمرین داره، یعنی شما هر چی بیشتر مساله حل کنید مهارت و تسلطتون توی این زمینه افزایش پیدا میکنه.

حل کردن هر مساله ۴ مرحله داره، سعی کنید وقتی با مساله‌ای روبرو میشید این مراحل رو توی ذهن خودتون مرور کنید، این ۴ مرحله عبارتند از:

فهمیدن مساله

انتخاب راهبرد مناسب

حل کردن مساله

بازگشت به عقب

مرحله اول ، فهمیدن مساله :

برای فهمیدن مساله باید اون رو خوب بفونیم و درک کنیم.
یادتون باشه "فهمیدن صورت مساله ، نیمی از حل مساله س" ، یعنی ما باید مساله رو بفهمیم تا بتونیم راه حل ارائه بدیم.
پس برای حل مساله عجله نکنید، صورت مساله رو دقیق بفونید تا مطمئن شید مساله دقیقا چی میگه و از شما چی میفواد.
کارهای زیر میتونه در فهم مساله بهمون کمک کنه:
مساله رو به زبان خودمون بیان کنیم.
مساله رو خلاصه کنیم.
داده‌ها و اطلاعاتی که مساله بهمون داده رو مشخص کنیم.
فواسته‌های مساله رو مشخص کنیم.

مرحله دوم ، انتقاب راهبرد مناسب:

در دوران ابتدایی بایه سری از راهبردها آشنا شدیم، چند تا از راهبردها عبارتند از :

رسم شکل

الگوسازی

الگویابی

مذف و آزمایش

مرحله سوم ، حل کردن مساله:

با راهبردی که از مرحله قبل انتخاب کردیم مساله رو حل می‌کنیم، آگه به نتیجه نرسیدیم به مرحله قبل برمی‌گردیم و راهبردمون رو عوض می‌کنیم، شاید نکته‌ای وجود داشته که به اون توجه نکردیم.

مرحله چهارم ، بازگشت به عقب:

بعد از اینکه جواب رو به دست آوردیم ، دقت می‌کنیم که جواب ما منطقی هست یا نه

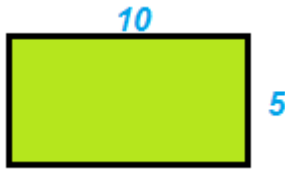
راهبرد رسم شکل

رسم شکل یکی از راهبردهاییه که خیلی میتونه در حل مساله به ما کمک کنه، آگه صورت مساله تون طوریه که همیشه براش شکل کشید، هتما هتما این کار رو انجام بدید، اونوقت میبینید که چقدر حل مساله براتون راحت میشه.

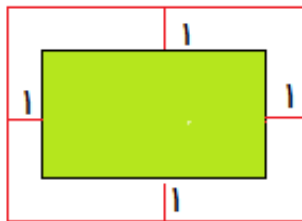
چند تا مساله با هم حل می‌کنیم با استفاده از راهبرد "رسم شکل"

یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ متر و عرض ۵ متر است. اگر به حاصله یک متر از

ضلع‌های باغچه دور تا دور آنرا نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟
 با هم گام به گام جلو می‌رویم. به مستطیل داریم به طول ۱۰ و عرض ۵، شکلش رو میکشیم:



حالا سوال به ما پی گفته؟ گفته " به فاصله یک متر از ضلع‌های دور باغچه رو نرده میکشیم " ، اینو روی شکل نشون می‌دیم:



اگه به شکل دقت کنید (مستطیل قرمز) می‌بینید که شکل جدید ما به مستطیلی که طول و عرضش از مستطیل قبلی بیشتره. حالا مساله ای که موهمه اینه که طول و عرض مستطیل جدید چنده؟

طول مستطیل قبلی ۱۰ متر بود، چند متر بهوش اضافه شده؟ دو تا ۱ متر اضافه شده، یعنی دو متر. پس طول مستطیل جدید ۱۲ متره:

$$10 + 1 + 1 = 12$$

حالا می‌فوییم عرض مستطیل جدید رو حساب کنیم، عرض مستطیل قبلی ۵ متر بود که حالا دو تا ۱ متر بهوش اضافه شده. پس عرض مستطیل جدید ۷ متره :

$$5 + 1 + 1 = 7$$

طول و عرض مستطیل چدید رو به دست آوردهیم ، حالا سوال از ما فواسته که محیط رو مناسبه کنیم یا مساحت رو ؟

هر وقت اندازه دور یا پیرامون شکلی رو از ما بفوان باید محیط رو مناسبه کنیم:

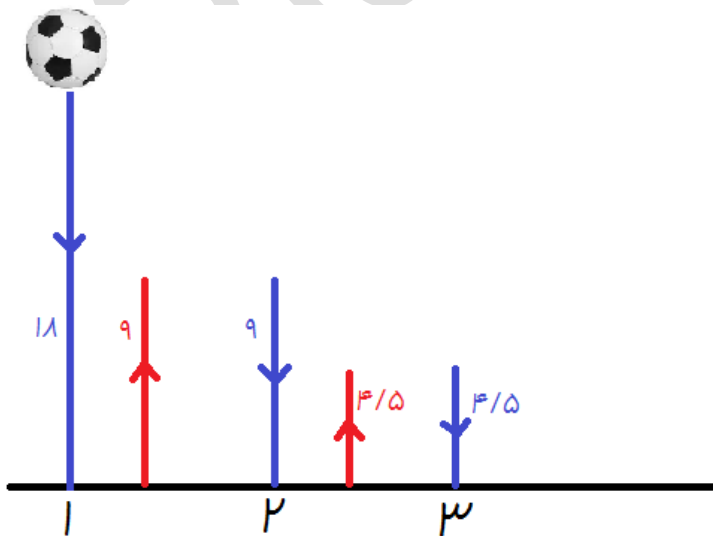
$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (\text{طول} + \text{عرض})$$

پس مقدار نرده مورد نیاز برابره با :

$$\text{نرده مورد نیاز} = (12 + 7) \times 2 = 38$$

مثال بعد:

توپى از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می شود و پس از زمین خوردن ، نصف ارتفاع قبلى خود بالا می آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد چند متر حرکت کرده است؟



به شکل بالا توجه کنید:

توپ ابتدا از ارتفاع ۱۸ متری رها می‌شود و در نقطه‌ای که با عدد ۱ نشون داریم، به زمین می‌فوره. پس این اولین باریه که توپ به زمین فورده طبق چیزی که صورت سوال گفته، توپ بعد از برفورد به زمین، نصف ارتفاع قبلیش بالا میره، پس نصف ۱۸ متر یعنی ۹ متر بالا می‌ره

حالا از ارتفاع ۹ متری پایین می‌آید و در نقطه‌ای که با عدد ۲ مشخص کردیم به زمین می‌فوره، در اینجا برای بار دوم توپ به زمین فورده.

در اینجا باز هم به اندازه نصف ۹ متر یعنی $\frac{4}{5}$ متر بالا می‌ره و باز از اونجا رها شده و $\frac{4}{5}$ متر رو طی میکنه تا برای سومین بار به زمین برفورد کنه.

وقتی برای سومین بار به زمین می‌فوره، به جایی رسیدیم که مساله درباره‌ش سوال مطرح کرده. حالا می‌فوایم ببینیم توپ چه مسافتی رو طی کرده، پس عددهای روی شکل که همون مسافت طی شده توسط توپ هست رو با هم جمع می‌کنیم، یعنی داریم:

$$18 + (9 + 9) + (\frac{4}{5} + \frac{4}{5}) = 45$$

مساله بعد:

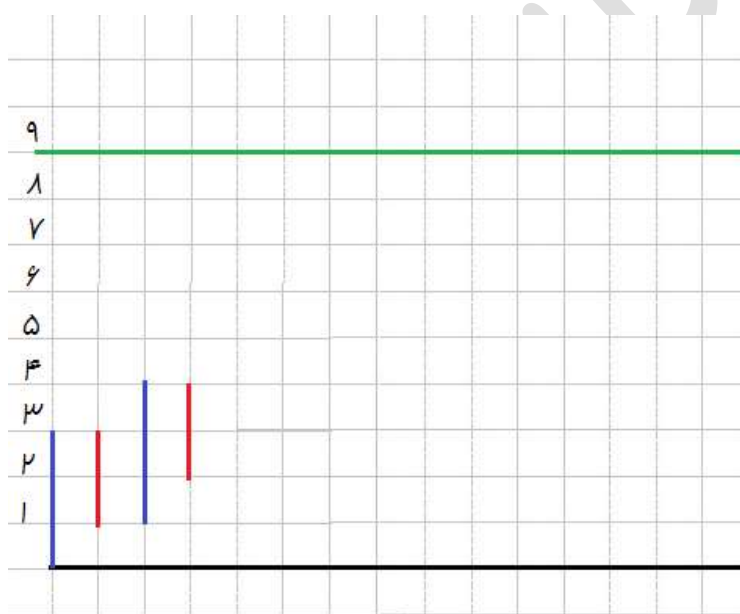
قورباغه‌ای می‌فواهد از یک دیوار عمودی بالا برود، او با هر جهش ۳ متر بالاتر می‌رود و هر بار دو متر سر می‌فورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

شکل زیر رو ببینید، فرض می‌کنیم که خط سیاه، روی زمین و خط سبز بالای دیواره بالا رختای قورباغه رو با رنگ آبی و پایین اومدنش رو با رنگ قرمز نشون میدیم.

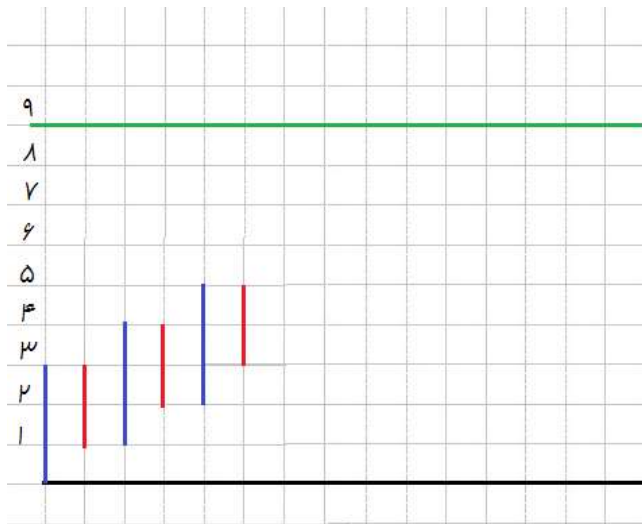
قورباغه با جهش اول ۳ متر بالا می‌ره و دو متر پایین می‌آد، یعنی روی عدد ۱ وایمیسه



توی جهش دوم ۳ متر بالاتر میره و روی عدد ۴ قرار می‌گیره، بعد از اون دو متر پایین می‌آد و روی عدد ۲ وایمیسه.



در سومین جهش ۳ متر بالاتر میره و روی ۵ می‌ایسته و بعد دو متر پایین می‌آد و روی عدد ۳ قرار می‌گیره.

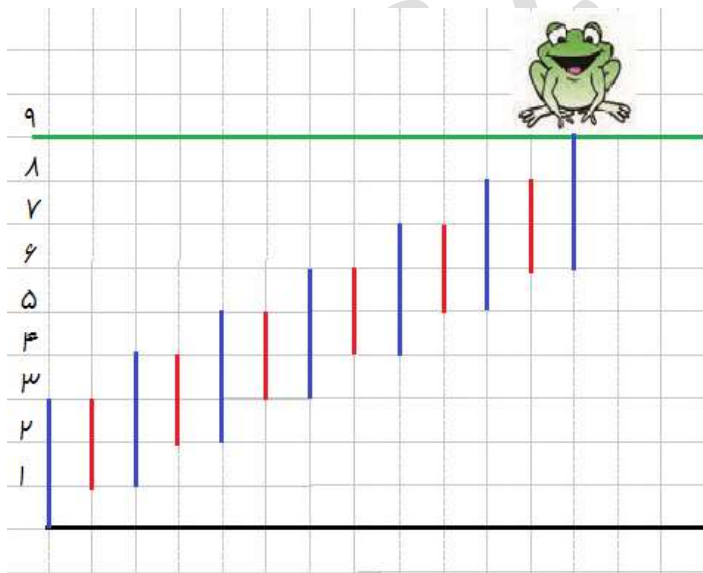


در چهارمین جهش ۳ متر بالاتر میره روی عدد ۶ و بعد ۲ متر پایین میاد روی ۴

در پنجمین جهش ۳ متر بالاتر میره روی عدد ۷ و بعد ۲ متر پایین میاد روی ۵

در ششمین جهش ۳ متر بالاتر میره روی عدد ۸ و بعد ۲ متر پایین میاد روی ۶

در هفتمین جهش ۳ متر بالاتر میره و روی عدد ۹ می ایسته و چون دیوار ۹ متره، دیگه روی دیوار رسیده و پایین نمیاد.



خطهای آبی نشون دهنده پرشهای قورباغه هستند و همینطور که روی شکل میبینید، ۷ تا خط آبی داریم. بنابراین قورباغه برای رسیده به بالای دیوار ۷ تا جهش انجام داده.

راهبرد الگوسازی

برای حل بعضی از مساله‌ها، باید همه حالت‌های ممکن رو بنویسیم. برای اینکه حالتی رو یادمون نره نیازه که اونا رو با یه نظم مشخص بنویسیم.

با یه مثال این مبث رو ادامه میدیم:

دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصلضرب آنها 2^4 و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد.

مساله رو با دقت میفونیم، دو تا نکته داره که باید بهش توجه کنیم:

۱. حاصلضرب دو عدد باید بشه 2^4 .

۲. حاصل جمع دو عدد باید کمترین مقدار باشه.

اولین چیزی که به ذهنمون میرسه چیه؟

اینه که ما باید اول تمام اعدادی رو پیدا کنیم که ضرب اونها 2^4 میشه.

$$1 \times 2^4 = 2^4$$

$$3 \times 1 = 2^4$$

$$2 \times 12 = 2^4$$

$$4 \times 6 = 2^4$$

غیر از این اعداد، هیچ دو عدد دیگه‌ای رو نمی‌تونیم پیدا کنیم که ضربشون بشه 2^4 .

همه این مقادیر رو در جدول میذاریم:

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

کمترین حاصل جمع مربوط به کدام دو عدد؟ ۴ و ۶. پس جواب مورد نظر ما ۶ و ۴ همیشه.

مثال بعد:

با انگشتان یک دست به ۵ صورت می توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می توان عدد ۲ را نشان داد؟

برای هر کدام از انگشتای دست یه شماره میذاریم:



چون میفوییم عدد ۲ رو نشون بدیم، بنابراین

به ۲ تا انگشت احتیاج داریم. یه جدول با دو تا ستون میکشیم که ستون اولش شماره انگشت اول و ستون دومش شماره انگشت دومی باشه که باهاش عدد ۲ رو نشون می-دیم.

شماره انگشت	شماره انگشت
اول	دو
۱	۲
۱	۳
۱	۴
۱	۵

تا اینجا چند حالت داریم؟ ۴ حالت (انگشت اول و دوم کنار هم ، انگشت اول و سوم کنار هم ، انگشت اول و چهارم کنار هم ، انگشت اول و پنجم کنار هم) . حالا بیایم شماره های دیگر رو امتحان کنیم:

شماره انگشت	شماره انگشت
اول	دو
۲	۳
۲	۴
۲	۵

در اینجا هم سه حالت دیگر داریم. ممکنه این سوال براتون پیش بیاد که چرا توی جدول دوم ۱ و ۲ رو ننوشتیم؟ آگه دقت کنید میبینید که توی اولین جدول ما یه بار ۱ و ۲ رو نوشتیم و دیگه نیازی نیست دوباره تکرارش کنیم.

حالا میریم حالت‌های بعدی:

شماره انگشت	شماره انگشت
اول	دو
۳	۴
۳	۵

اینجا هم دو حالت داریم، یه بار انگشت ۳ و ۴ با هم و یه بار ۴ انگشت ۴ و ۵ کنار هم.

یه حالت دیگه هم داریم:

شماره انگشت	شماره انگشت
اول	دو
۴	۵

همه حالت‌های ممکن رو نوشتیم، حالا با هم جمع می‌کنیم تا ببینیم در مجموع چند حالت داریم:

$$۴ + ۳ + ۲ + ۱ = ۱۰$$

توجه کنید که نیاز نیست جدولها رو جداگانه بکشیم، فقط برای توضیح بیشتر این کار رو انجام دادیم.

مثال بعد:

با رقم‌های ۲ و ۵ و ۷ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید (در عددهای شما می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشد).

اول همه عددهایی رو می نویسیم که صدگانشون ۲ باشه. برای دهگان چه عددهایی رو می تونیم داشته باشیم؟ ۲ و ۵ و ۷

تا حالا جدول زیر رو داریم :

صدگان	دهگان	یکان
۲	۲	*
۲	۵	*
۲	۷	*

حالا به جای هر کدوم از ستاره ها چه عددهایی می تونیم بذاریم؟ ۲ و ۵ و ۷

یعنی سطر اول میتونه این اعداد باشه : ۲۲۲ - ۲۲۵ - ۲۲۷

سطر دوم میتونه این اعداد باشه : ۲۵۲ - ۲۵۵ - ۲۵۷

و سطر سوم این اعداد : ۲۷۲ - ۲۷۵ - ۲۷۷

پس در صورتی که صدگان ما عدد ۲ باشه، ما می تونیم ۹ تا عدد داشته باشیم.

حالا حالتی رو فرض می کنیم که صدگان ما عدد ۵ باشه، باز هم می تونیم جدولی مشابه جدول بالا تشکیل بدیم:

اگه صدگان ۵ باشه، دهگان چه عددهایی میتونه باشه؟ ۲ و ۵ و ۷

صدگان	دهگان	یکان
۵	۲	*
۵	۵	*
۵	۷	*

به جای هر کدوم از ستاره ها می‌تونیم عددهای ۲ و ۵ و ۷ رو بذاریم:

پس سطر اول میتونه این اعداد باشه : ۵۲۲ - ۵۲۵ - ۵۲۷

سطر دوم میتونه این اعداد باشه : ۵۵۲ - ۵۵۵ - ۵۵۷

و سطر سوم : ۵۷۲ - ۵۷۵ - ۵۷۷

بنابراین در این حالت هم ۹ تا عدد می‌تونیم داشته باشیم.

به طور مشابه می‌تونیم برای حالتی که صدگانمون عدد ۷ هست هم این جدول رو تشکیل بدیم و ۹ تا عدد دیگه به دست بیاریم. پس در مجموع $9 + 9 + 9$ عدد می‌تونیم داشته باشیم یعنی ۲۷ تا.

مثال بعد:

تعداد زیادی سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند طریق می‌توانم کرایه ۵۰۰ تومانی تاکسی را پرداخت کرد؟

جدول تشکیل میدیم. همه حالت‌های ممکن برای سکه ۵۰ تومنی رو می‌نویسیم و با استفاده از اون، ستون مربوط به سکه‌های ۱۰۰ تومنی رو پر می‌کنیم:

حالت اول:

فرض می‌کنیم ۱۰ تا سکه ۵۰ تومنی انتخاب کردیم، به چند تا سکه ۱۰۰ تومنی نیاز داریم؟
هیچی! چون ده تا سکه ۵۰ تومنی میشه ۵۰۰ تومن و ما پول دیگه ای نیاز نداریم. پس
میایم توی سطری که ۱۰ تا سکه ۵۰ تومنی انتخاب کردیم، تعداد سکه ۱۰۰ تومنی رو صفر
میداریم

۵۰ تومانی	۱۰۰ تومانی
۱۰	۰

حالت دوم:

۹ تا سکه پنجاه تومانی انتفاع می‌کنیم، همیشه ۴۵۰ تومن. حالا چند تا صد تومانی باید برداریم که مجموعش بشه ۵۰۰ تومن؟ هیچ امکانی وجود نداره 😊

چون اگه هیچ ۱۰۰ تومنی برداریم پولمون ۴۵۰ تومنه و اگه یه دونه برداریم پولمون میشه ۵۵۰ تومن. پس این حالت امکانپذیر نیست.

۵۰ تومانی	۱۰۰ تومانی
۱۰	۰
۹	-

حالت سوم:

۸ تا سکه ۵۰ تومنی بر میداریم، چقدر میشه؟ ۴۰۰ تومن، چند تا ۱۰۰ تومی برداریم که پولمون بشه ۵۰۰ تومن؟ یکی. پس توی جدول عدد ۱ رو وارد می‌کنیم.

۵۰ تومانی	۱۰۰ تومانی
۱۰	۰
۹	-
۸	۱

حالت چهارم:

۷ تا ۵۰ تومنی بر میداریم، میشه ۳۵۰ تومن. با چند تا ۱۰۰ تومنی پولمون میشه ۵۰۰؟ هیچ حالتی وجود نداره. پس این حالت امکانپذیر نیست. بقیه حالتها رو هم به همین صورت بررسی می کنیم تا جدولمون تکمیل بشه.

۵۰ تومانی	۱۰۰ تومانی
۱۰	۰
۹	-
۸	۱
۷	-
۶	۲
۵	-
۴	۳
۳	-
۲	۴
۱	-
۰	۵

و به این صورت تمام حالتهای ممکن به دست میاد.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانالهای [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam) و [@RiaziBaHam7](https://www.instagram.com/RiaziBaHam7)

برای دریافت جزوات سایر پایه ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" بپیوندید.